

Sobre la Pasividad y Teoría de Lyapunov en el control de un Convertidor Boost de CD a CD

Mario Ivan Nava Bustamante¹

*Instituto Tecnológico de La Laguna / TecNM
Blvd. Revolución y Av. Instituto Tecnológico de La Laguna
Torreón, Coahuila, México, C.P.27000
navabustamantem@gmail.com*

José Luis Meza Medina

*Instituto Tecnológico de La Laguna / TecNM
Blvd. Revolución y Av. Instituto Tecnológico de La Laguna
Torreón, Coahuila, México, C.P.27000
jlmeza2000@gmail.com*

Cesar A. Hernández Jacobo²

*Instituto Tecnológico de La Laguna / TecNM
Blvd. Revolución y Av. Instituto Tecnológico de La Laguna
Torreón, Coahuila, México, C.P.27000
cesar_ahj@ieee.org*

Rodrigo Loera Palomo⁴

*CONAHCYT- Instituto Tecnológico de La Laguna / TecNM
Blvd. Revolución y Av. Instituto Tecnológico de La Laguna
Torreón, Coahuila, México, C.P.27000
rloerapa@conahcyt.mx*

Resumen: Un convertidor elevador de corriente directa a corriente directa, o convertidor boost, eleva la tensión de una fuente de alimentación mediante el almacenamiento y descarga de energía a través de la conmutación de un semiconductor y un diodo. Este artículo investiga las propiedades dinámicas del convertidor desde un enfoque de análisis de sistemas pasivos, que permite evaluar la estabilidad del sistema usando términos representativos de energía. Además, se propone un controlador basado en pasividad y la teoría de Lyapunov para regular el voltaje de salida a un nivel deseado.

Palabras Clave: Pasividad, teoría de Lyapunov, control PBC, estabilidad, convertidor boost.

Abstract: A CD-CD boost converter, raises the voltage of a power supply by storing and discharging energy through the switching of a semiconductor and a diode. This article investigates the dynamic properties of the converter from a passive systems analysis approach, which allows evaluating the stability of the system using representative energy terms. Furthermore, a controller based on passivity and Lyapunov theory is proposed to regulate the output voltage to a desired level.

keywords: Passivity, Lyapunov theory, PBC control, stability, boost converter.

Introducción

El control de convertidores de corriente continua (CD) a CD ha emergido como un área clave en diversas aplicaciones de la ingeniería eléctrica, tales como sistemas de energía renovable,

vehículos eléctricos y dispositivos electrónicos de potencia. Los convertidores Boost, en particular, son ampliamente utilizados debido a su capacidad para elevar el voltaje de entrada y proporcionar una regulación precisa de la salida. La eficiencia, estabilidad y control de estos sistemas son factores cruciales para su correcto desempeño, lo que hace necesario un análisis exhaustivo de su comportamiento dinámico y la implementación de técnicas robustas de control para garantizar su estabilidad y rendimiento.

En este contexto, un enfoque reciente y prometedor para analizar la estabilidad de convertidores es el uso de sistemas pasivos interconectados. Esta teoría, fundamentada en la idea de que los convertidores pueden modelarse como sistemas dinámicos pasivos, ofrece un marco más general y versátil para el estudio de su estabilidad. La estabilidad de los sistemas pasivos interconectados puede analizarse utilizando herramientas matemáticas avanzadas como el criterio de estabilidad de Lyapunov, el cual permite examinar no solo la estabilidad local sino también la global del sistema (Slotine & Li, 1991; Ortega et al., 2004). Este enfoque ha ganado relevancia en los últimos años, ya que facilita el análisis de sistemas no lineales de manera intuitiva y proporciona una base sólida para el diseño de controladores.

El control basado en la teoría de Lyapunov ha sido tradicionalmente una herramienta potente en el diseño de reguladores para sistemas no lineales. La capacidad de Lyapunov para asegurar la estabilidad global de los sistemas hace que esta técnica sea particularmente atractiva para el control de convertidores Boost, que operan bajo condiciones no lineales y variables (Khalil, 2002; Bianchi et al., 2019). En el caso de los convertidores Boost, el diseño de un controlador basado en la teoría de Lyapunov permite garantizar que el sistema sea robusto ante perturbaciones y variaciones en las condiciones de operación, lo que asegura una regulación eficiente del voltaje de salida (Liu et al., 2018).

Recientemente, la teoría de sistemas pasivos y la teoría de Lyapunov han sido utilizadas de manera conjunta en estudios que abordan la estabilidad y el control de convertidores de potencia. Por ejemplo, estudios recientes han demostrado cómo estas teorías pueden integrarse para proporcionar soluciones más efectivas y robustas en el diseño de controladores para convertidores Boost, mejorando significativamente el rendimiento y la estabilidad del sistema bajo condiciones dinámicas cambiantes (Zhao et al., 2021; Zeng et al., 2023). Además, la implementación práctica de estas teorías en convertidores Boost ha sido objeto de investigaciones experimentales, que validan su efectividad en la regulación de la tensión de salida y el comportamiento estable en una amplia gama de condiciones operativas (Yan et al., 2020).

Este artículo presenta una metodología para el análisis de la estabilidad y el diseño de un controlador para un convertidor Boost de CD a CD basado en la teoría de sistemas pasivos interconectados y la teoría de Lyapunov. A través de esta aproximación, se busca proporcionar una evaluación rigurosa de la estabilidad del sistema y un diseño de controlador que garantice la regulación precisa de la corriente del inductor, lo cual es crucial para aplicaciones donde la fiabilidad y eficiencia energética son prioritarias.

Los convertidores elevadores boost de corriente directa a corriente directa (CD a CD) son componentes esenciales en el ámbito de la electrónica de potencia, permitiendo la conversión eficiente de voltajes bajos a niveles más altos para diversas aplicaciones, desde dispositivos portátiles hasta sistemas de energía renovable. Su importancia radica no solo en su capacidad para aumentar la tensión, sino también en su eficiencia energética, funcionamiento robusto y eficiente. Este enfoque permite descomponer el sistema en términos energéticos, facilitando la identificación de las interacciones entre los componentes del convertidor. En este artículo, se exploran las propiedades energéticas de los convertidores boost y se presenta un diseño de control basado en pasividad y la teoría de Lyapunov. Este controlador tiene como objetivo regular el voltaje de salida, asegurando que se mantenga dentro de un rango deseado frente a diversas condiciones de carga y variaciones en la tensión de entrada. A través de simulaciones y análisis teóricos, se demuestra cómo un enfoque basado en la pasividad puede optimizar el rendimiento de los convertidores elevadores, contribuyendo a un diseño más eficiente y fiable.

El análisis de pasividad en sistemas eléctricos proporciona un marco teórico sólido para entender y evaluar la estabilidad y el comportamiento dinámico de estos convertidores. Al aplicar principios de la teoría de sistemas pasivos, se pueden identificar las condiciones necesarias para garantizar un funcionamiento robusto y eficiente. Este enfoque permite descomponer el sistema en términos energéticos, facilitando la identificación de las interacciones entre los componentes del convertidor. En este artículo, se exploran las propiedades energéticas de los convertidores boost de CD a CD (Figura 1) y se presenta un diseño de control basado en pasividad y la teoría de Lyapunov. Este controlador tiene como objetivo regular la corriente del inductor, asegurando que se mantenga dentro de un rango deseado frente a diversas referencias de corriente deseadas. A través de simulaciones y análisis teóricos, se demuestra cómo un enfoque basado en la pasividad puede optimizar el rendimiento de los convertidores elevadores, contribuyendo a un diseño más eficiente y fiable.

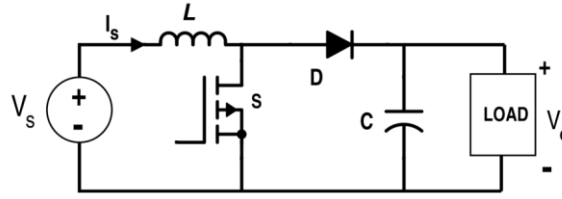


Figura1. Convertidor Boost de CD a CD.

Conceptos de pasividad

La teoría de pasividad resulta ser una herramienta de aplicaciones avanzadas para el análisis de estabilidad de sistemas no lineales. En (Kelly y Ortega, 1988) fueron reportados avances significativos en este campo de estudio, partiendo de (Willems, 1971) donde fueron introducidos los conceptos de pasividad y disipatividad. El desarrollo y difusión de dichos conceptos fundamentales fueron explorados a profundidad en (Hill y Moylan, 1976), (Hill y Moylan, 1980). La teoría de pasividad establece que la interconexión negativa de dos sistemas pasivos es estable (Lozano et al. 2000), además dicha interconexión sigue siendo pasiva (Navarro, 2005). En la literatura existen diversos trabajos muy relevantes relacionados a la pasividad en sistemas interconectados (Chopra y Spong, 2007), (Chopra, 2008), (Zhao y Hill, 2008), (Song et al. 2009) y (Li y Shi, 2010). En este artículo de investigación, se aborda el estudio de las propiedades naturales de pasividad de un convertidor boost de CD a CD, considerando un mapeo del voltaje de alimentación V_1 a la corriente en el inductor I_L . Se demuestra que la estructura pasiva del convertidor se preserva en lazo cerrado con la realimentación de corriente y una ley de control adecuada. Este artículo emplea algunas propiedades de sistemas pasivos interconectados, con el fin de utilizar un teorema de pasividad reportado en la literatura (Khalil, 1996), y con ello determinar estabilidad asintótica para un controlador propuesto vía teoría de pasividad y teoría de Lyapunov.

Se dice que un sistema es pasivo, si la cantidad de energía suministrada es mayor o igual a la energía almacenada y/o disipada. Lo anterior se define formalmente en la siguiente definición:

Definición de pasividad interna. (Khalil, 1996) El sistema

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (1)$$

$$y = h(x, u) \quad (2)$$

se dice que es pasivo si existe una función continuamente diferenciable semidefinida positiva $V(x)$ (llamada función de almacenamiento) tal que

$$u^T y \geq \dot{V}(x) + \epsilon u^T u + \delta y^T y + \rho \psi(x) \quad (3)$$

donde ϵ , δ y ρ son constantes no negativas, y $\psi(x): \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$ es una función definida positiva de x . El término $\rho\psi(x)$ es llamado la tasa de disipación de estado. Además, se dice que el sistema es:

- Sin pérdidas (lossless) si (3) es satisfecha con la igualdad y con $\epsilon = \delta = \rho = 0$; esto es, $u^T y = \dot{V}(x)$.
- Estrictamente pasivo en la entrada si $\epsilon > 0$ y $\delta = \rho = 0$.

Si más de una de las constantes son positivas, se combinan los nombres en la definición.

Una buena técnica para el análisis mediante pasividad de sistemas de control complejos es la implementación de lemas de sistemas pasivos interconectados.

Lema 2. Una conexión realimentada de dos sistemas pasivos, como la que se muestra en la Figura 1b, es también un sistema pasivo.

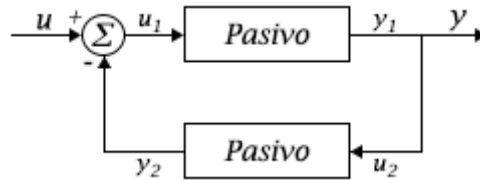


Figura 2. Sistemas pasivos interconectados.

Nótese que la importancia de establecer la pasividad de un sistema depende en gran medida de la facilidad para encontrar una función de almacenamiento de energía adecuada. A continuación, se muestra el procedimiento fundamental para la obtención del modelo dinámico Hamiltoniano de un convertidor boost de CD a CD.

Modelo dinámico del Convertidor Boost de CD a CD

La dinámica de un convertidor boost de CD a CD, en su configuración promediada no lineal, resulta ser ((Kelly y Ortega, 1988)

$$\dot{I}_L = \frac{V_1}{L} - \frac{V_c(1-D)}{L} \quad (4)$$

$$\dot{V}_c = \frac{I_L(1-D)}{C} - \frac{V_c}{RC} \quad (5)$$

donde I_L y V_c representan a la corriente en el inductor y voltaje en el capacitor, mientras V_1 representa el voltaje de alimentación del sistema, R, L y C corresponden a los valores de resistencia, inductancia y capacitancia respectivamente. A su vez, D representa el ciclo de trabajo del convertidor elevador de CD a CD. Estas ecuaciones dinámicas son utilizadas en el desarrollo del controlador de corriente, como se muestra en la sección correspondiente.

Hamiltoniano del Convertidor Boost de CD a CD

Un convertidor boost de CD a CD esta típicamente compuesto por elementos que almacenan energía en forma de campo magnético (inductores) y en forma de campo eléctrico (capacitores). La energía que no es almacenada es disipada mediante una resistencia de carga. La conmutación conjugada de un switch controlado y un diodo permite que este tipo de sistemas puedan elevar el voltaje de entrada mediante un periodo de conmutación adecuado. En (Ortega *et al.*, 1998) se muestra a detalle la obtención del modelo Hamiltoniano de un convertidor boost de CD a CD, el cual se usa en este trabajo de investigación.

Los términos representativos de la energía potencial en el capacitor v , y la energía cinética en el inductor τ , están dados por

$$v = \frac{1}{2}CV_c^2 \quad (6)$$

$$\tau = \frac{1}{2}LI_L^2 \quad (7)$$

El Hamiltoniano del sistema es una expresión dada por la energía total del sistema, por lo cual se puede obtener de la suma de la energía potencial y la energía cinética:

$$H = \frac{1}{2}LI_L^2 + \frac{1}{2}CV_c^2 \quad (8)$$

Resultados

En esta sección se muestran los resultados y aportaciones de este artículo de investigación, los cuales se pueden dividir en: 1) análisis de pasividad del convertidor boost de CD a CD, 2) propuesta de una estrategia de control en modo corriente, basado en teoría de pasividad y Lyapunov, y 3) verificación del buen desempeño del controlador mediante simulaciones computacionales.

Análisis de pasividad del convertidor Boost. Dada la definición de pasividad interna, una función

de almacenamiento de energía adecuada puede ser el Hamiltoniano propio del sistema (8), cuya derivada temporal a lo largo de las trayectorias de la dinámica del sistema es

$$\dot{H} = LI_L \dot{I}_L + CV_C \dot{V}_C \quad (9)$$

Sustituyendo el modelo dinámico se llega a

$$\dot{H} = V_1 I_L - \frac{V_C^2}{R}. \quad (10)$$

Aplicando la definición de pasividad interna



Figura 3. Mapeo pasivo del Convertidor Boost.

$$\begin{aligned} u^T y &\geq H(\dot{x}) \\ V_1 I_L &> V_1 I_L - \frac{V_C^2}{R} \end{aligned} \quad (11)$$

Con lo cual se demuestra que la potencia suministrada es mayor a la potencia almacenada y la potencia disipada. El sistema es pasivo del mapeo del voltaje de entrada a la corriente en el inductor, verificando su estabilidad en lazo abierto.

Control de corriente basado en pasividad y teoría de Lyapunov. La teoría de Lyapunov permite analizar la estabilidad de un sistema, a partir de una Función de Lyapunov la cual debe ser definida positiva ($V > 0$) y cuya derivada debe ser definida negativa ($\dot{V} < 0$) para asegurar la estabilidad asintótica global. La función de almacenamiento propuesta a partir del Hamiltoniano, resulta ser una función de Lyapunov adecuada.

Debido a la pasividad demostrada anteriormente del mapeo del voltaje de entrada a la corriente en el inductor, se puede implementar un controlador de corriente partiendo del Hamiltoniano

$$H = \frac{1}{2} LI_L^2 + \frac{1}{2} CV_C^2. \quad (12)$$

Definiendo el error de corriente (donde I_{Ld} representa a la corriente deseada, que al ser constante su derivada será $\dot{I}_{Ld} = 0$)

$$\tilde{I}_L = I_{Ld} - I_L \quad (13)$$

y sustituyendo en el Hamiltoniano se obtiene

$$H = \frac{1}{2}LI_{La}^2 - LI_{La}\tilde{I}_L + \frac{1}{2}L\tilde{I}_L^2 + \frac{1}{2}CV_C^2. \quad (14)$$

Derivando la expresión anterior

$$\dot{H} = L\tilde{I}_L\dot{\tilde{I}}_L + CV_C\dot{V}_C. \quad (15)$$

Es necesario representar la dinámica del sistema en función del error de corriente

$$\dot{\tilde{I}}_L = -\frac{V_1}{L} + \frac{V_C(1-D)}{L} \quad (16)$$

$$\dot{V}_C = \frac{I_L(1-D)}{C} - \frac{V_C}{RC} \quad (17)$$

Al sustituir la dinámica en la derivada del Hamiltoniano, obtenemos

$$\dot{H} = V_C\tilde{I}_L - V_CD\tilde{I}_L - V_1\tilde{I}_L - \frac{V_C^2}{R} + V_CI_L - V_CI_LD. \quad (18)$$

A partir de (15), se debe proponer una expresión adecuada para el ciclo de trabajo D , debido a que para asegurar la estabilidad asintótica del sistema de control en lazo cerrado se debe cumplir

$$\dot{H} < 0. \quad (19)$$

Una ley de control de corriente D adecuada puede ser propuesta como

$$D = KV_CI_L\tilde{I}_L, \quad (20)$$

para todo $K > 1$.

Resultados en simulación. Con la finalidad de evaluar el buen desempeño del controlador propuesto, se realizaron simulaciones computacionales haciendo uso de la herramienta Simulink de Matlab®. Los valores para los elementos que constituyen al sistema son:

Tabla 1. Parámetros del Convertidor Boost de CD a CD

Elemento	Valor
Capacitor	44 μF
Inductor	160.9 μH
Resistencia de carga	25 Ω

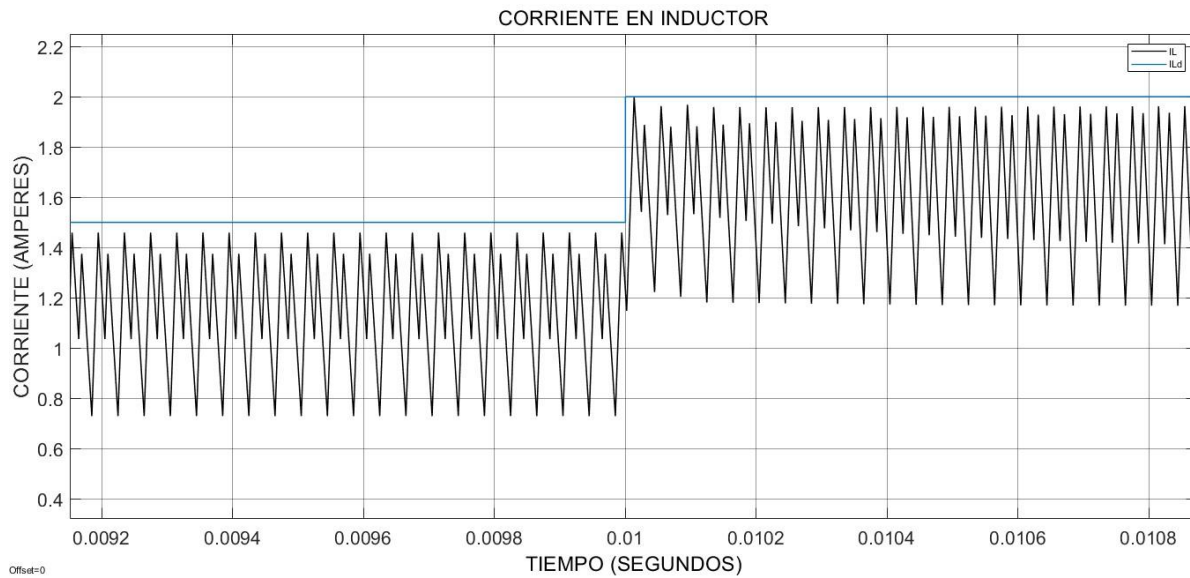


Figura 4. Regulación de la corriente en el inductor.

Como prueba en simulación, se consideró lograr que el convertidor alcanzara una corriente de referencia de 1.5 amperes, para posteriormente hacer una prueba de cambio de referencia estableciendo como nueva corriente deseada 2 amperes. En la Figura 4 se muestra el resultado de la corriente en el inductor. Nótese que el controlador propuesto, logra el objetivo de regular la corriente a la referencia deseada teniendo un error del orden de los miliamperes.

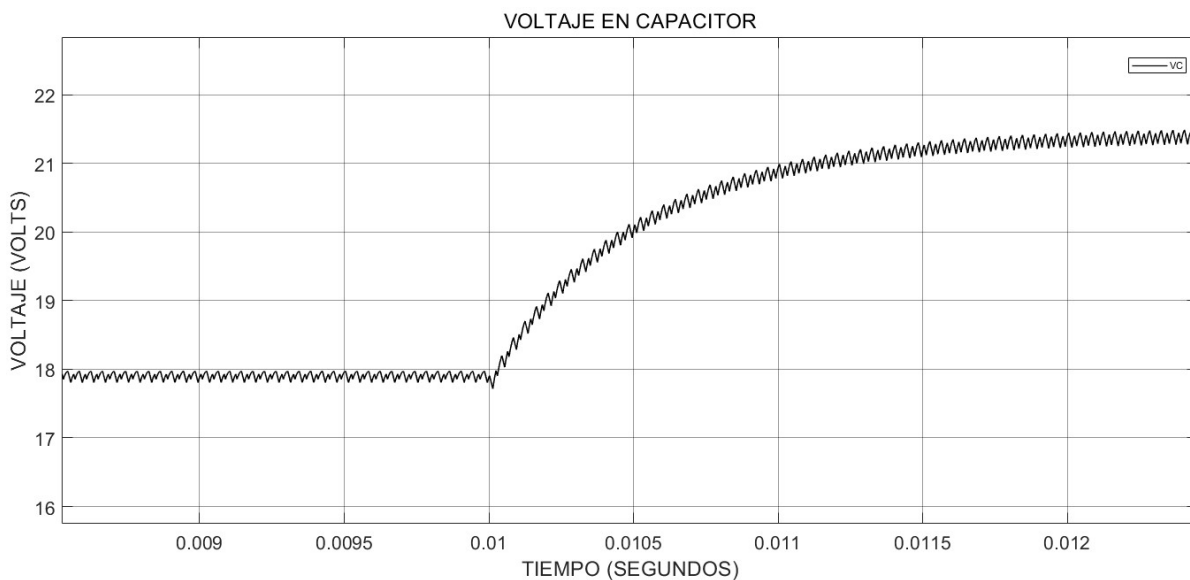


Figura 5. Voltaje del capacitor.

The figure consists of two main parts. On the left, a block labeled 'CONTROL LYAPUNOV IL' receives five inputs: a constant value '1200' for gain 'K', a voltage reference '[vc]' for 'VC', a voltage signal '[v]' for 'IL', an inductor current signal '[ilt]' for 'ILT', and an integrated inductor current signal '[intilt]' for 'intILT'. The block outputs a duty cycle signal '[B]'. On the right, a power converter circuit is shown. It includes a DC voltage source, an inductor, a MOSFET (gate signal '[m]'), a diode (gate signal '[q]'), and a capacitor. The output voltage is '[v]' and the output current is 'powergui'. A feedback loop measures the output voltage '[v]' and feeds it back into the control block.

Hallazgos y/o conclusiones

PULSOTEC 13

Citas y referencias

- Bianchi, A., Cheng, Y., & Sava, M. (2019). A Lyapunov-based approach for voltage regulation in boost converters. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 66(12), 9645-9654. <https://doi.org/10.1109/TIE.2018.2892837>
- Khalil, H. K. (2002). *Nonlinear systems* (3rd ed.). Prentice Hall.
- Liu, Y., Zhang, C., & Wu, Y. (2018). Stability analysis and control of DC-DC converters with nonlinear dynamics using Lyapunov methods. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 33(2), 1441-1450. <https://doi.org/10.1109/TPEL.2017.2703478>
- Ortega, R., Loria, A., & Spong, M. W. (2004). *Passivity-based control of Euler-Lagrange systems: Mechanical, electrical and electromagnetic applications*. Springer.
- Slotine, J. J., & Li, W. (1991). *Applied nonlinear control*. Prentice Hall.
- Yan, B., Zhao, X., & Tan, L. (2020). Experimental implementation of a Lyapunov-based controller for boost converters. *Journal of Power Electronics*, 20(5), 1153-1164. <https://doi.org/10.6113/JPE.2020.20.5.1153>
- Zeng, Z., Song, H., & Hu, W. (2023). Stability and control of boost converters using a hybrid passive approach. *International Journal of Circuit Theory and Applications*, 51(1), 125-140. <https://doi.org/10.1002/cta.2831>
- Zhao, J., Wang, S., & Zhang, X. (2021). Adaptive control of boost converters based on Lyapunov stability theory. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 29(3), 923-931. <https://doi.org/10.1109/TCST.2020.2995102>
- Chopra N., "Passivity results for interconnected systems with time delay," IEEE Conference on Decision and Control, 2008.
- Chopra N., Spong M. W., "Delay-independent stability for interconnected nonlinear systems with finite L2 gain," IEEE Conference on Decision and Control, 2007.
- Desoer C. A., Vidyasagar M., "Feedback systems: input-output properties", Academic Press, 1975.
- Hill D., Moylan P., "The stability of nonlinear dissipative systems", IEEE Transactions on Automatic Control, 1976.
- Hill D., Moylan P., "Connections between finite-gain and asymptotic stability", IEEE Transactions on Automatic Control, 1980.

- Khalil Hassan K., "Nonlinear systems" Editorial Prentice-Hall, 1996.
- Lozano R., Brogliato B., Egeland O., Maschke B., "Dissipative systems analysis and control: Theory and applications," Springer-Verlag, Londres, 2000.
- Song Q., Liang J., Wang Z., "Passivity analysis of discrete-time stochastic neural networks with time-varying delays," *Neurocomputing*, vol. 72, 2009.
- Zhao J., Hill D. J., "Passivity and stability of switched systems: A multiple storage function method," *Systems and Control Letters*, vol. 57, 2008.
- N. H. Viet, P. H. Duong and N. T. Duc, "Feedback Linearization Control and Current Control Mode for Boost Converter," 2024 16th International Conference on Electronics, Computers and Artificial Intelligence (ECAI), Iasi, Romania, 2024, pp. 1-6, doi:10.1109/ECAI61503.2024.10607550.
- M. Faisal and J. Singh Lather, "State Derivative Feedback Control for Boost Converter via Linear Matrix Inequalities," 2020 First IEEE International Conference on Measurement, Instrumentation, Control and Automation (ICMICA), Kurukshetra, India, 2020, pp. 1-4, doi: 10.1109/ICMICA48462.2020.9242896.
- R. Yang, Z. Liu and H. Su, "Control Lyapunov function-based control strategy for air supply system of PEM fuel cells," 2017 29th Chinese Control And Decision Conference (CCDC), Chongqing, China, 2017, pp. 1964-1969, doi: 10.1109/CCDC.2017.7978838.